ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РФ
ГОУ ВПО «ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Физико-математический факультет

Кафедра информатики

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА
по дисциплине
«Численные методы»

Специальность 010200 – Прикладная математика и информатика
Квалификация – Математик, системный программист

Составитель:
к .ф.-м. н, доцент Дорофеева В.И.

2007 г.

ВЫПИСКА ИЗ ПРОТОКОЛА
ЗАСЕДАНИЯ КАФЕДРЫ ИНФОРМАТИКИ ОБ УТВЕРЖДЕНИИ ПРОГРАММЫ КУРСА
«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

Данная программа составлена в соответствии с государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования для студентов, обучающихся по специальности 010200 – Прикладная математика и информатика, специальность – Математик, системный программист.

Утвержден 23 марта 2000 г.

Номер государственной регистрации 199 ЕН / СП

Выписка верна:

Протокол № 1 от 04.09. 2007 г.

Зав. кафедрой Никольский Д.Н.

ТРЕБОВАНИЯ ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА
к обязательному минимуму содержания образовательной программы подготовки математика, системного программиста по специальности 010200 Прикладная математика и информатика

Общепрофессиональные дисциплины

ОПД.Ф.09. Численные методы

Численные метода решения задач математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений; численные методы решения задач математической физики; методы решения сеточных уравнений.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
по дисциплине «Численные методы»

Курс является одним из основных в подготовке студентов физико-математического факультета специальности 010200 Прикладная математика и информатика. Это следует из того, что в прикладных науках, не говоря о самой математике, все большее значение приобретают численные расчеты, численный эксперимент, компьютерное моделирование.

Курс предполагает наличие у студентов знаний, умений и навыков, полученных при изучении дисциплин «Математический анализ», «Аналитическая геометрия», «Алгебра», «Дифференциальные и интегральные уравнения» и «Теория вероятностей», «Программирование»: необходим умение программировать на каком-либо алгоритмическом языке, потребуются знания математического и функционального анализа (понятия метрики, норм матриц и векторов), математической физики (формулировки основных краевых задач), линейной алгебры (решение систем линейных алгебраических уравнений).

Цели и задачи дисциплины: изучить основные алгоритмы численных методов, возникающие при решении задач (интерполяция и приближение функций, численное интегрирование, решение систем линейных и нелинейных уравнений, методы оптимизации, численное решение задач Коши, краевых задач матфизики и уравнений в частных производных); на практике научиться разрабатывать программы на одном из языков программирования для решения поставленных задач.

Основные знания, умения, навыки:

Математик, системный программист должен знать:

● основные понятия теории погрешностей, понятия устойчивости, сходимости, оценки точности приближений; понятия согласованных норм векторов и матриц; основные способы и формулы оценки погрешностей;

● основные алгоритмы интерполяции (приближение многочленами Лагранжа и Ньютона, сплайнами, тригонометрическими многочленами), численного интегрирования (квадратурные формулы Ньютона -Котеса), алгоритмы решения нелинейных уравнений и систем (метод половенного делений, хорд и касательных, метод простых итераций);

● основные алгоритмы решения систем линейных алгебраических уравнений (метод Гаусса, метод ортогонализации, Зейделя), алгориты решения задачи Коши (методы Рунге-Кутта), алгоритмы решения краевых задач и уравнений в частных производных (метод стрельбы, разностные и проекционные методы);

● методы решения интегральных уравнений (метод конечных сумм и метод замены ядра на вырожденное); решение частной и полной проблемы собственных значений.

Математик, системный программист должен уметь:

● разрабатывать программную реализацию необходимых алгоритмов, выполнять подготовительную аналитическую работу, оценивать полученные результаты и сравнивать с точным решение, если оно существует;

● выбирать наиболее подходящий алгоритм решения с учетом получения наилучшего приближения.

Математик, системный программист должен <u>обладать навыками:</u> применения знаний современных алгоритмов и языков программирования для решения прикладных задач из областей науки, техники, экономики и управления; самостоятельной разработки программ для решения задач, получения допустимых приближенных решений и оценки полученных результатов.

Курс изучается в 7-м и 8-м семестрах. Всего на изучение курса учебным планом отводится 155 часов. Из них 110 ч. аудиторных (74 ч. лекций, 36 ч. лабораторных), 45 ч. самостоятельной работы. В 7-м семестре проводится 40 ч. лекций и 16 ч. лабораторных занятий (и 18 ч. в рамках курса «Практикум на ЭВМ»), в 8-м – 34 ч. лекций и 20 ч. лабораторных занятий.

Форма контроля: зачет в 7-м семестре, в 8-м семестре проводится экзамен. При подготовке к зачету и экзамену студент должен проработать лекции, выполнить все лабораторные работы, изучить основную и дополнительную литературу.

Самостоятельная работа студента заключается в проработке лекций, решении задач и подготовке к лабораторным занятиям и экзамену. Кроме того, необходимо разобрать темы, вынесенные на самостоятельное изучение.

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

7-й семестр

№	Наименование разделов и тем	Всего часов	В том числе аудиторных			Самост. работа	
			Всего	Лекц.	Лаб. занят	СРСП	Внеаудит.
1.	**Тема 1. Элементы теории погрешностей.**	6	4	4	0	1	1
2.	**Тема 2. Интерполяция и приближение функций.**	24	18	8	10	1	5
3.	**Тема 3. Численное дифференцирование.**	6	4	2	2	-	2
4.	**Тема 4. Численное интегрирование.**	14	10	6	4	1	3
5.	**Тема 5. Решение нелинейных уравнений.**	6	4	4	4	-	2
6.	**Тема 6. Численные методы линейной алгебры.**	14	8	8	0	2	4
1.	**Тема 7. Численные методы нелинейной алгебры.**	11	8	8	0	1	2
	Всего	**81**	**56**	**40**	**16**	**6**	**19**

8 семестр

№	Наименование разделов и тем	Всего часов	В том числе аудиторных			Самостоят. работа	
			Всего	Лекций	Лаб. занят.	СРСП	Внеаудит. работы
1.	**Тема 8. Решение задач на собственные значения.**	12	8	4	4	1	3
2.	**Тема 9. Численные методы решения задач оптимизации.**	14	10	6	4	1	3
3.	**Тема 10. Решение задачи Коши**.	12	8	4	4	-	4
4.	**Тема 11. Методы решения краевых задач.** п	22	18	14	4	2	2
9.	**Тема 12. Методы решения интегральных уравнений.** е	14	10	6	4	1	3
	ВСЕГО	**74**	**54**	**34**	**20**	**5**	**15**
	ИТОГО за 7-й и 8-й семестр	**155**	**110**	**74**	**36**	**11**	**34**

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

А. Перечень изучаемых вопросов

Тема 1. Элементы теории погрешностей. Погрешность вычислений, обусловленность, структура погрешности. Прямая и обратная задачи теории погрешностей.

Тема 2. Интерполяция и приближение функций. Интерполирование функций многочленами: многочлены Лагранжа и Ньютона. Интерполирование сплайнами. Многочлены Чебышева. Интерполяция функций двух переменных. Минимизация остаточного члена погрешности интерполирования. Интерполяция сплайнами. Тригонометрическая интерполяция. Поточечная интерполяция и интерполяция в среднем. Наилучшее приближение в нормированном пространстве. Чебышевский альтернанс. Единственность многочлена наилучшего приближения в С. ортогональные многочлены, их примеры. Процесс ортогонализации Шмидта. Рекуррентная формула для вычисления ортогональных многочленов. Разложение произвольного многочлена по ортогональным.

Тема 3. Численное дифференцирование. Численное дифференцирование и его погрешность.

Тема 4. Численное интегрирование. Вычисление определенных интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона. Формулы Ньютона-Котеса и их погрешность. Квадратурные формулы типа Гаусса. Несобственные интегралы. Кратные интегралы. Методы Монте-Карло.

Тема 5. Решение нелинейных уравнений. Решение нелинейных уравнений: метод половинного деления, метод хорд, метод касательных. Метод итераций. Преобразование уравнений к итерационному виду.

Тема 6. Численные методы линейной алгебры. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): формы записи, нормы, обусловленность. Принцип сжимающих отображений. Метод исключения Гаусса. Метод квадратного корня. Задача на минимум квадратичной функции и СЛАУ. Метод простых итераций для СЛАУ, необходимое и достаточное условие сходимости итераций. Ускорение сходимости итерационного процесса. Решение линейных систем методом Монте-Карло и методом ортогонализации. Метод Зейделя. Вычисление определителей и обратных матриц.

Тема 7. Численные методы нелинейной алгебры. Решение нелинейных алгебраических систем методом Ньютона. Градиентные методы.

Тема 8. Решение задач на собственные значения. Методы решения частной и полной проблем собственных значений и собственных векторов матриц.

Тема 9 Численные методы решения задач оптимизации. Решение задач безусловной оптимизации с помощью методов спуска и градиентных методов. Решение систем нелинейных уравнений с помощью сведения их к задачам оптимизации.

Тема 10. Решение задачи Коши. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Метод разложения в ряд Тейлора решения задачи Коши, метод Эйлера, Эйлера-Коши и Рунге-Кутта.

Тема 11. Методы решения краевых задач. Аппроксимация производных разностными отношениями. Примеры конечно-разностных схем, исследование свойств, устойчивость и сходимость. Аппроксимация краевой задачи разностной схемой. Задача Штурма-Лиувилля на конечном интервале. Методы решения линейных систем с 3-диагональной матрицей (метод прогонки).

Разностные схемы для уравнений с частными производными. Уравнение переноса; спектральный признак устойчивости; примеры. Одномерное уравнение теплопроводности; явная и неявная схемы; схема с весами, устойчивость схемы с весами; схема со вторым порядком аппроксимации. Разностная схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Сеточная задача Дирихле для уравнения Пуассона: метод Гаусса, метод разложения в дискретный ряд Фурье, метод простой итерации.

Метод Галеркина. Понятие о методе конечных элементов. Виды конечных элементов, триангуляция области, процесс ансамблирования матрицы, визуализация полученного решения.

Тема 12. Методы решения интегральных уравнений. Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого и второго рода. Сингулярные интегральные уравнения, их регуляризация. Решение краевых задач для дифференциальных уравнений с помощью сингулярных интегральных уравнений.

Б. Примерное содержание лабораторных занятий.

7 семестр:

Интерполирование функций с помощью многочленов Лагранжа и Ньютона. Интерполирование сплайнами.

Построение тригонометрического многочлена, аппроксимирующего заданную функцию. Вычисление ортогональных многочленов Чебышева. Вычисление многочленов наилучшего среднеквадратичного приближения функций ортогональными многочленами.

Численное дифференцирование.

Численное интегрирование по формулам Ньютона-Котеса и по формулам Гаусса. Вычисление интегралов методом Монте-Карло.

Решение нелинейных уравнений с одной переменной методом половинного деления, методом касательных, методом хорд и методом простой итерации.

Решение линейных систем итерационными методами. Решение линейных систем методом Гаусса и методом ортогонализации. Решение линейных систем методом Монте-Карло. Метод Зейделя. Вычисление определителей и обратных матриц.

Решение нелинейных алгебраических систем методом Ньютона. Градиентные методы.

8 семестр:

Решение задач оптимизации.

Решение частной и полной проблемы собственных значений.

Решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка и для системы дифференциальных уравнений первого порядка методами Эйлера, Эйлера-Коши и Рунге-Кутта.

Численное решение краевых задач.

Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого и второго рода.

В. Содержание и виды самостоятельной работы

Объем самостоятельной работы примерно равен объему лекционных часов. Самостоятельная работа студента заключается в проработке лекций, решении задач и подготовке к зачету и экзамену, а также в проработке тем курса, вынесенных на самостоятельное изучение.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1987.
2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980.
3. Заварыкин В.М., Житомирский В.Г., Лапчик М.П. Численные методы. Просвещение, М., 1991.
4. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику. Наука, М., 1994.
5. Самарский А.А. Введение в численные методы.Учебн. Пособие для вузов. - М.: Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит., 1987.-288 с.
6. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач: Учеб. Пособие для вузов. -М.: Наука, Гл.ред.физ.-мат. Лит., 1988.- 552 с.
7. Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике. М.: БИНОМ, 2006.- 523 с.

Дополнительная:

1. Сборник задач по методам вычислений. Ред. Монастырский П.И. Наука, М., 1994.
2. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Наука, 1968. 512 с.
3. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. –256 с.
4. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн). – М.: ТОО «Янус», 1995. – 520 с.